I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Topología de Datos sobre Series de Tiempo

Andy Rafael Domínguez M *

Resumen

El Análisis Topológico de Datos (ADT) es una técnica de recién desarrollo que combina elementos de la topología algebraica, métodos estadísticos y algoritmos computacionales. La ADT ha emergido como una de las aproximaciones promisorias para extraer rasgos no triviales en conjuntos de datos complejos de grandes dimensiones. En esta charla se muestra una aproximación del análisis topológico de datos sobre series de tiempo complejas. Se presentan unos primeros resultados de una investigación en curso que aplica este enfoque para datos reales, como ejemplo en datos de series contaminantes de material particulado y en datos de series financieras de criptomonedas. Se cuantifica la homología persistente(grupos de homologá 1-dimensional)sobre las series, y a partir de la misma, se derivan algunos descriptores topológicos que logran extraer rasgos no triviales de las series analizadas. Se discute estos resultados a la luz de las potenciales aplicaciones e implicaciones de esta nueva aproximación en relación con ciertos algoritmos de aprendizaje de máquinas usados en inteligencia artificial.

Palabras & frases claves: Topological Data Analysis, Time series

*Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias. e-mail: `adominguez@utb.edu.co`

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Genericidad de Métricas Bumpy para Hipersuperficies con CMC y Frontera Libre

Autor: Carlos Wilson Rodríguez Cárdenas.*

Resumen

Sea (M, g) una variedad Riemanniana de dimensión $n+1$, con frontera suave ∂M y Σ^n una hipersuperficie de M con CMC (Curvatura Media Constante) y frontera libre. Mostraremos que casi todas las metricas en M hacen que Σ sea no-degenerada. Dicho de otra forma, el conjunto de todas las métricas g en M para las cuales Σ es no-degenerada es genérico en el espacio de las métricas Riemannianas.

Palabras & frases claves: Hipersuperficies con CMC, frontera libre, métricas Bumpy, genericidad, campos de Jacobi, condición de frontera libre linearizada.

1. Introducción

Sea (M, g) una variedad Riemanniana de dimensión $n+1$ con frontera suave ∂M y sea Σ^n una hipersuperficie de M compacta y con frontera suave $\partial\Sigma$. Asumimos que $\partial M \cap \Sigma = \partial\Sigma$ y que $M \setminus \Sigma = \Omega_1 \sqcup \Omega_2$, con $\overline{\Omega}_1$ compacto y $\Omega_1 \cap \Omega_2 = \emptyset$. Decimos que Σ es una *hipersuperficie con CMC (curvatura media constante) y frontera libre* si para todo $p \in \partial\Sigma$, $\vec{n}_{\partial M}(p) \in T_p\Sigma$, donde $\vec{n}_{\partial M}(p)$ es el campo vectorial normal exterior a lo largo de la fronter de M en p.

Sabemos que si Σ es una hipersuperficie con CMC y frontera libre entonces el mapeo inclusión $\mathtt{i} : \Sigma \to M$ es un punto crítico para el *g-funcional de área* $\mathcal{A}_g$

*Universidad Industrial de Santander (UIS), Escuela de Matemáticas, e-mail: `cwrodrig@uis.edu.co`

definido en el conjunto $\mathrm{Emb}_\partial(\Sigma, M)$ de todos los encajamientos (embebimientos) $x : \Sigma \to M$ que satisfacen $x(\partial\Sigma) \subset \partial M$.

Decimos que Σ es *no-degenerada* si $\mathfrak{i}$ es un punto crítico no degenerado de $\mathcal{A}_g$ en $\mathrm{Emb}_\partial(\Sigma, M)$. Equivalentemente, Σ is no-degenerada si no existe un campo de Jacobi no trivial f a lo largo de Σ que satisfaga la condición de frontera libre linerizada:

$$g\big(\nabla f, \vec{n}_{\partial M}\big) + \mathrm{II}^{\partial M}\big(\vec{n}_\Sigma, \vec{n}_\Sigma\big)\, f = 0,$$

donde ∇f es el g-gradiente de f, $\vec{n}_\Sigma$ es el vector unitario normal a lo largo de Σ y $\mathrm{II}^{\partial M}$ es la segunda forma fundamental de ∂M en la dirección del vector normal $\vec{n}_{\partial M}$.

Una métrica g en M se dice *Bumpy* si todo encajamiento con CMC y frontera libre de Σ en M es no-degenerado. Lo que probamos es que el conjunto de las métricas Bumpy en M es un conjunto genérico, es decir, es un subconjunto del espacio de las métricas en M que es la intersección contable de subconjuntos abiertos densos. Aplicamos el Teorema de Sard-Smale en dimensión infinita.

Referencias

[1] R. ABRAHAM , *Bumpy metrics*, in Global Analysis (Proc. Sympos. Pure Math., Vol. XIV, Berkeley, Calif.,(1968), Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1970, pp. 1-3

[2] D. V. ANOVSON, *Generic properties of closed geodesics* , Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. 46 (1982), no. 4, 675-709, 896

[3] R.G. BETTIOL, P. PICCIONE AND B. SANTORO,*Deformations of free boundary CMC hypersurfaces and applications.* arXiv: 1411.0354v1 [math.DG], Noviembre de 2014.

[4] L. BILIOTTI, M.A. JAVALOYES AND P. PICCIONE,*Genericity of nondegenerate critical points and Morse geodesic functional.*Indiana University Mathematics Journal, 58 (2009), n°4, 1797-1830.

[5] C. W. RODRÍGUEZ, *Genericity of Bumpy Metrics, Bifurcation and Stability in Free Boundary CMC Hypersurfaces.* (Tesis doctoral), Sao Paulo - Brasil, Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de Sao Paulo, 2018.

[6] A. ROS AND E. VERGASTA , *Stability for hypersurfaces of constant mean curvature with free boundary* , Geometriae Dedicata, Kluwer Academic Publishers. June 1995, Volume 56, Issue 1, pp 19-33

[7] S. SMALE,*An infinite dimensional version of Sard's theorem.*Amer. J. Math. 87 (1965), 861-866.

[8] B. WHITE,*The space of minimal submanifolsd for varying Riemannian metrics.*Indiana Univ. Math. J.40 (1991), 161-200.

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Grafos de línea con energía máxima

E. Lenes[*], E. Andrade[**], E. Mallea[***], M. Robbiano[****], J. Rodríguez[*****]

Resumen

El grafo de líneas $L(G)$ de un grafo G, es el grafo cuyo conjunto de vértices está en correspondecia uno a uno con el conjunto de lados de G donde dos vértices son adyacentes si sus correspondientes lados en G tienen un vértice común. La energía $E(G)$ es la suma de los valores absolutos de los autovalores de G. La conectividad de vértice $\kappa(G)$ es referida como el mínimo número de vértices cuya eliminación desconecta G. Derivamos una cota superior para la energía del grafo de líneas de grafos G sobre n vértices con conectividad de vértice menor o igual a k. Además, una familia de grafos hiperenergéticos es obtenida.

Palabras & frases claves: Grafo de líneas, Matriz de adyacencia, Energía de grafo, Conectividad de vértices, Conectividad de lados, Grafos hiperenergéticos

1. Introducción

Sea G un grafo simple no dirigido con conjunto de vértices $V(G) = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ y conjunto de lados $E(G) = \{e_1, e_2, ..., e_m\}$. Un grafo G es bipartito si existe una partición de $V(G)$ en conjuntos disjuntos no vacíos V_1 y V_2 tal que los vértices finales de cada lado en G están en conjuntos distintos V_1, V_2. En este caso V_1, V_2 son referidos como una bipartición de G. Un grafo G es un grafo bipartito

[*]Universidad del Sinú, Cartagena, Colombia, e-mail: elenes@unisinu.edu.co,

[**]Universidad de Aveiro, Aveiro, Portugal, e-mail: enide@ua.pt,

[***]Universidad de Tarapacá, Arica, Chile, e-mail: emallea@uta.cl,

[****]Universidad Católica del Norte, Antofagasta, Chile, e-mail: mrobbiano@ucn.cl,

[*****]Universidad de Antofagasta, Antofagasta, Chile, e-mail: jonnathan.rodriguez@uantof.cl,

completo si G es bipartito con bipartición V_1 y V_2 donde cada vértice en V_1 está conectado a todos los vértices en V_2. Si G es un grafo completo bipartito, $|V_1| = p$ y $|V_2| = q$ el grafo G es escrito $K_{p,q}$. La matriz Laplaciana de G es la matriz de orden $n \times n$, $L(G) = D(G) - A(G)$ donde $A(G)$ es la matriz de adyacencia of G y $D(G)$ es la matriz diagonal de grados de vértices en G. La matriz $L(G)$ es un matriz semidefinida positiva y que $(0, e)$ es un autopar de $L(G)$ donde e es el vector de sólo unos en las entradas. La matriz $Q(G) = A(G) + D(G)$ es llamada la matriz Laplaciana sin signo de G. Los autovalores de $A(G)$, $L(G)$ y $Q(G)$ son llamados los autovalores, autovalores Laplacianos y autovalores Laplacianos sin signo de G, respectivamente. Las matrices $Q(G)$ y $L(G)$ son semidefinidas positivas. Los espectros de $L(G)$ y $Q(G)$ coinciden si y sólo si G es un grafo bipartito.

Referencias

[1] O. Rojo, E. Lenes, A sharp upper bound for the incidence energy of graphs in terms of connectivity, Linear Algebra and its Applications, 438 (2013) 1485 - 1493.

[2] E. Lenes, E. Mallea, M. Robbiano, J. Rodríguez, On line graphs with maximum energy, Linear Algebra and its Applications, 545 (2018) 15-31.

[3] N. M. M. Abreu, D. M. Cardoso, I. Gutman, E. A. Martins, M. Robbiano, Bounds for the signless Laplacian energy, Linear Algebra Applications 435 (2011) 2365-2374.

[4] J. A. Bondy, U. S. R. Murty, Graph Theory with Applications, Elsevier, New York, 1976.

[5] A. E. Brouwer, W. H. Haemers, Spectra of graphs, Springer-Verlag, Berlin, 2012.

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Quaternary Goppa codes from binary Goppa codes and generalization

Eddie Arrieta Arrieta y Heeralal Janwa (advisor).*

Resumen

We give, what we call, an amalgamated construction from binary codes to Quaternary codes that are linear if self-amalgamated and are Quaternary additive in general.
We construct a Quaternary Goppa code by an amalgamation of two binary classical Goppa codes of the same length and we determine its parameters. We also generalize this construction to Goppa codes over arbitrary finite field $\mathbb{F}_q$, see [2].
We generalize our amalgamated construction taking two different codes, and then one can apply these codes for quantum error-correction. Also, the resulting codes are potentially good for post-quantum cryptosystems.

Palabras & frases claves: Amalgamated code, Cryptosystem, Finite field, Goppa code, Quaternary

1. Introducción

We study non-binary Goppa codes. We have that for a binary Goppa code, $C = \Gamma(L, g(x))$, where $g(x) \in \mathbb{F}_{2^m}[x]$ is a separable polynomial of degree t, the minimum weight of C has a lower bound given by $2t+1$, see [5]. Given a binary Goppa code C, we construct a non-binary code with the same length, dimension and minimum weight of C, which we call amalgamated code. We show that the amalgamated code contains the subfield subcode of C and contains another subset which is additive over $\mathbb{F}_4$ and linear over $\mathbb{F}_2$.

*University of Puerto Rico, e-mail: `eddie.arrieta@upr.edu, heeralal.janwa@upr.edu`

Really, we generalize the same construction in two way: First we take any linear code, C, over $\mathbb{F}_q$ and we obtain a linear code over $\mathbb{F}_{q^2}$.
Second taking any two linear codes over $\mathbb{F}_q$ and we obtain an additive code over $\mathbb{F}_{q^2}$ and linear over $\mathbb{F}_q$.

1.1. Examples.

We observe that if C_0 is a $[2^{m-1},\ m,\ 2^{m-2}]$ binary linear code and C_1 is a $[2^{m-1}, 1\ 2^{m-1}]$ binary repetition code, then $C_0 \hat{+} C_1$ is an additive Quaternary code which is a binary linear code with parameters $[2^m,\ m+1,\ 2^{m-1}]$.

Referencias

[1] N. Koblitz, A Curse in Number Theory and Cryptography, 2*nd. ed., Spring-Verlag,* (1994)

[2] R. Lidl, H. Niederreiter Introduction to finite fields and their applications Revised edition. ed., Cambridge University Press, 194

[3] F.J. MacWilliams, N.J.A. Sloane The Theory of Error-Correcting Codes, *North-Holland Publishing Company,* 1978

[4] R.J. McEliece A public-Key Cryptosystem Based On Algebraic Coding Theory, *Communication Systems Research Section. January and February* 1978.

[5] R.J. McEliece The Theory of Information and Coding, *Encyclopedia of Mathematics and its Applications. Vol 3.* 19977.

[5] W. W. Peterson, E. J. Weldon Error-Correcting Codes, 2*nd. ed., The Massachusetts Institute of Technology,* (1971).

[7] W. Trappe, L. C. Washington, Introduction to Cryptography with Coding Theory, 2*nd. ed., Pearson Prentice Hall,* (2006).

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Least energy radial sign-changing solution for the Schrödinger-Poisson system in $\mathbb{R}^3$ under an asymptotically cubic nonlinerity

Edwin Gonzalo Murcia Rodríguez*

Resumen

We consider the following Schrödinger-Poisson system in the whole $\mathbb{R}^3$,

$$\begin{cases} -\Delta u + u + \lambda\phi u = f(u) & \text{in } \mathbb{R}^3, \\ -\Delta\phi = u^2 & \text{in } \mathbb{R}^3, \end{cases}$$

where $\lambda > 0$ and the nonlinearity f is "asymptotically cubic" at infinity. This implies that the nonlocal term ϕu and the nonlinear term $f(u)$ are, in some sense, in a strict competition. We show that the system admits a least energy sign-changing and radial solution obtained by minimizing the energy functional on the so-called *nodal Nehari set*.

Palabras & frases claves: Schrödinger-Poisson system, variational methods, standing wave solutions, nodal Nehari set.

1. Introducción

A great attention has been given in the last decades to the so called Schrödinger-Poisson system, namely

$$\begin{cases} -\Delta u + u + \lambda\phi u = f(u) & \text{in } \mathbb{R}^3, \\ -\Delta\phi = u^2 & \text{in } \mathbb{R}^3, \end{cases} \tag{1}$$

due especially to its importance in many physical applications but also since it presents difficulties and challenges from a mathematical point of view.

It is known that the system can be reduced to the equation

$$-\Delta u + u + \lambda\phi_u u = f(u) \text{ in } \quad \mathbb{R}^3,$$

and that its solutions can be found as critical points in $H^1(\mathbb{R}^3)$ of the energy functional

$$I(u) := \frac{1}{2}\int_{\mathbb{R}^3} \left(|\nabla u|^2 + u^2\right) dx + \frac{\lambda}{4}\int_{\mathbb{R}^3} \phi_u u^2 dx - \int_{\mathbb{R}^3} F(u)dx, \tag{2}$$

*Pontificia Universidad Javeriana, e-mail: murciae@javeriana.edu.co

where

$$F(t) := \int_0^t f(\tau)d\tau, \quad \phi_u = \frac{1}{4\pi|\cdot|} * u^2.$$

Before anything else, we observe that ϕ_u is automatically positive and univocally defined by u; hence words like "solution", "positive", "sign-changing" always refer to the unknown u of the system.

Observe that since $\phi_u u$ is $3-$homogeneous, in the sense that

$$\phi_{tu}(tu) = t^3\phi_u u, \quad t \in \mathbb{R},$$

there is a further difficulty in the problem exactly when the nonlinearity f behaves "cubically" at infinity, we say it is *asymptotically cubic*, being in this case in competition with the nonlocal term $\phi_u u$.

The number of papers which have studied the Schrödinger-Poisson system in the mathematical literature is so huge that it is almost impossible to give a satisfactory list. Indeed many papers deal with the problem in bounded domain or in the whole space (see e.g. [4,5,9,17,19,20] and the references therein) and some other papers deal with the fractional counterpart (see e.g [10,16] and its references). In all the cited papers various type of solutions have been found under different assumptions on the nonlinearity. However the solutions found are positive or with undefined sign and the nonlinearity f is "supercubic" at infinity (in a sense that will be specified below) an this fact helps in many computations since it gains on the nonlocal term $\phi_u u$.

Nevertheless some results have been obtained also in the asymptotically cubic case: for example, in the remarkable paper [3] the authors consider the existence of solutions under a very general nonlinearity f of Berestycki-Lions type. However they found a *positive* solution, for small values of the parameter $\lambda > 0$.

However beside the existence of positive solutions it is also interesting to find sign-changing solutions and indeed many authors began recently to address this issue. We cite the interesting paper [21] which deals with the case $f(u) = |u|^{p-1}u$ and $p \in (3, 5)$ and where the authors search for the *radial least energy sign-changing solution*, that is the radial sign-changing solution whose functional has minimal energy among all the others sign-changing solutions which are radial. Their idea is to study the energy functional on a new constraint, a subset of the Nehari manifold which contains all the sign-changing solutions.

Another interesting paper is [2] which deals with a more general nonlinearity, not necessarily of power type, where the authors assume that

- $\lim_{t\to\infty} \dfrac{F(t)}{t^4} = +\infty.$

In this sense [2] and [21] deal with a *supercubic* nonlinearity f.

The above condition is also required in [1], for the case of the bounded domain, and in [12], for the case of the whole space, where a least energy sign-changing solution is obtained.

In all these papers concerning sign-changing solutions, one of the main task is to prove that the new constraint on which minimize the functional is not empty. To show this, the fact that the nonlinearity is supercubic is strongly used.

Motivated by the previous discussion, a natural question which arises concerns the case when the nonlinearity is "cubic" at infinity. More specifically in this paper we address the problem (1) under the following conditions. Let $\lambda > 0$ and assume

(f1) $f \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$;

(f2) $f(t) = -f(-t)$ for $t \in \mathbb{R}$;

(f3) $\lim_{t\to 0} f(t)/t = 0$;

(f4) $\lim_{t\to\infty} f(t)/t^3 = 1$ and $f(t)/t^3 < 1$ for all $t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$;

(f5) the function $t \mapsto f(t)/t^3$ is strictly increasing on $(0, \infty)$;

(f6) recalling that $F(t) = \int_0^t f(\tau)d\tau$,

$$\lim_{t\to\infty} [f(t)t - 4F(t)] = +\infty.$$

Assumption (f4) is what we called *asymptotically cubic* behaviour for the nonlinearity and (f6) is the analogous of the usual *non-quadraticity condition*.

Our main result is the following

Teorema 1. *For any $\lambda > 0$, under the conditions (f1)-(f6), problem (1) has a radial least energy sign-changing solution. Moreover it changes sign exactly once in $\mathbb{R}^3$.*

A function f satisfying our assumptions is

$$f(t) = \frac{t^5}{1+t^2}, \quad t \in \mathbb{R},$$

which has as primitive

$$F(t) = \frac{t^4}{4} - \frac{t^2}{2} + \frac{1}{2}\ln(1+t^2).$$

Clearly this function does not satisfy the assumption

$$\lim_{t\to\infty} \frac{F(t)}{t^4} = +\infty$$

required in [2]. Moreover, the case $f(t) = |t|^{p-1}t, p \in (3,5)$ studied in [21] does not satisfies (f4). So the present paper gives a new contribution in studying radial sign-changing solutions for the Schrödinger-Poisson problem in the asymptotically cubic nonlinearity and can be seen as a counterpart of the papers [2, 3, 21].

As we said before, we use variational methods: the solution will be found as the minimum of I, in the context of radial functions, on the constraint already introduced in [21]. Nevertheless, the main difficulty is to show that the constraint on which minimize the functional is nonempty under our assumptions on f; indeed all the techniques of the above cited papers concerning the supercubic case (see also [14] for the single equation) do not work and some new ideas have been necessary. However as a general strategy to attack the problem we follows the steps in [14].

Finally, we would like to quote the interesting paper [8] where the authors consider the asymptotically cubic (and also the super-cubic) case by assuming different conditions then ours. The authors prove the existence of a radial ground state sign-changing solution for any value of $\lambda > 0$. However their assumptions are different from ours and even the fact that the constraint where minimize is nonempty is proved in a very different way: indeed we prove this fact by making use of a suitable positive radial function $\mathfrak{u}$. For this reason, our work can be seen also as complementary to [8].

Referencias

[1] C. Alves and M.A. Souto, *Existence of least energy nodal solution for a Schrödinger-Poisson system in bounded domains*, Z. Angew. Math. Phys. **65** (2014), no. 6, 1153–1166. 2

[2] C. Alves, M.A. Souto and S.H.M Soares, *A sign changing solution for the Schrödinger-Poisson equation in $\mathbb{R}^3$*, Rocky Mountain J. Math. **47** (2017), no. 1, 1–25. 2, 3

[3] A. Azzollini, P. d' Avenia and A. Pomponio, *On the Schrödinger-Maxwell equations under the effect of a general nonlinear term*, Ann. I. H. Poincaré **AN 27** (2010), no. 2, 779–791. 2, 3

[4] J. Bellazzini and G. Siciliano, *Scaling properties of functionals and existence of constrained minimizers*, J. Funct. Anal. **261** (2011), no. 9, 2486–2507. 2

[5] V. Benci and D. Fortunato *An eigenvalue problem for the Schrödinger-Maxwell equations*, Top. Methods in Nonlinear Anal. **11** (1998), no. 2, 283–293. 2

[6] A. Castro, J. Cossio and J. Neuberger, *A sign-changing solution for a superlinear Dirichlet problem*, Rocky Mountain J. Math. **27** (1997), no. 4, 1041–1053.

[7] V. Coti Zelati and P. Rabinowitz, *Homoclinic type solutions for a semilinear elliptic PDE on* $\mathbb{R}^N$, Comm. Pure Appl. Math. **45** (1992), no. 10, 1217–1269.

[8] S. Chen and X. Tang, *Radial ground state sign-changing solutions for a class of asymptotically cubic or super-cubic Schrödinger-Poisson type problems,* RACSAM, https://doi.org/10.1007/s13398-018-0493-0. 3

[9] T. D'Aprile and D. Mugnai, *Solitary waves for nonlinear Klein-Gordon-Maxwell and Schrödinger-Maxwell equations*, Proc. Royal Soc. Edinburgh **A 134** (2004), no. 5, 893–906. 2

[10] J. Zhang, J.M. do Ó and M. Squassina, *Fractional Schrödinger-Poisson systems with a general subcritical or critical nonlinearity*, Adv. Nonlinear Stud. **16** (2016), no. 1, 15–30. 2

[11] S. Liu, *On superlinear problems without the Ambrosetti and Rabinowitz condition*, Nonlin. Anal. **73** (2010), no. 3, 788–795.

[12] Z. Liang, J. Xu and X. Zhu, *Revisit to sign-changing solutions for the nonlinear Schrödinger-Poisson system in* $\mathbb{R}^3$, J. Math. Anal. Appl. **435** (2016), no. 1, 783–799. 2

[13] C. Miranda, *Un'osservazione su un teorema di Brouwer*, Boll. Un. Mat. Ital. (2) **3** (1940), 5–7.

[14] L. Maia, O. Miyagaki and S. Soares, *A sign-changing solution for an asymptotically linear Schrödinger equation*, Proc. Edinb. Math. Soc. **(2) 58** (2015), no. 3, 697–716. 3

[15] E. G. Murcia and G. Siciliano *Least energy radial sign-changing solution for the Schrödinger-Poisson system in* $\mathbb{R}^3$ *under an asymptotically cubic nonlinearity*, J. Math. Anal. Appl. **474** (2019), no. 1, 544–571.

[16] E. G. Murcia and G. Siciliano *Positive semiclassical states for a fractional Schrödinger-Poisson system*, Diff. Integral Eq. **30** (2017), no. 3-4, 231–258. 2

[17] L. Pisani and G. Siciliano, *Note on a Schrödinger-Poisson system in a bounded domain*, Appl. Math. Lett. **21** (2008), no. 5, 521–528. 2

[18] D. Ruiz, *The Schrödinger-Poisson equation under the effect of a nonlinear local term*, J. Funct. Anal. **237** (2006), no. 2, 655–674.

[19] D. Ruiz and G. Siciliano, *A note on the Schrödinger-Poisson-Slater equation on bounded domains*, Adv. Nonlin. Stud. **8** (2008), no. 1, 179–190. 2

[20] G. Siciliano, *Multiple positive solutions for a Schrödinger-Poisson-Slater system*, J. Math. Anal. Appl. **365** (2010), no.1, 288–299. 2

[21] Z. Wang, H.-S. Zhou, *Sign-changing solutions for the nonlinear Schrödinger-Poisson system in* $\mathbb{R}^3$, Calc. Var. Partial Diff. Eq. **52** (2015), no. 3-4, 927–943. 2, 3

[22] M. Willem, *Minimax theorems*, Volume 24 Birkhäuser, 1996.

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Numbers with inverted squares

Fabián Antonio Arias Amaya*

Resumen

Some natural numbers have interesting properties. For instance, the number 28 is the sum of its divisor lower than itself, that is, $28 = 1+2+4+7+14$. The same occurs with the number 6. Another example is the pair $(220, 284)$ which has the property that each of them is the sum of the proper divisors of another. In this talk, we introduce another pair of number with special characteristics. An example of these numbers is the pair $(12, 21)$ which satisfies the following:

$$12^2 = 144, \quad 21^2 = 441 \quad \text{and} \quad (1+2)^2 = 1+4+4.$$

The pair $(13, 31)$ has the same properties. A natural question in this context is the following what is the set of all numbers $a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0$ which satisfy the properties:

1. If $(a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0)^2 = b_m b_{m-1} \cdots b_1 b_0$, then $(a_0 a_1 \cdots a_{n-1} a_n)^2 = b_m b_{m-1} \cdots b_1 b_0$.
2. $(a_0 + a_1 + \cdots + a_{n-1} + a_n)^2 = b_0 + b_1 + \cdots + b_{m-1} + b_m$.

In this talk we present some results related with above problem.

*Universidad Tecnológica de Bolívar, e-mail: farias@utb.edu.co

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Grafos Generados por Conjuntos de Sidon y su Relación con Problemas Combinatorios

Fernando A. Benavides[*]- Wilson F. Mutis.[**]

Resumen

Sea A un subconjunto de un grupo abeliano aditivo X, el grafo suma $G_{A,X} = (V, E)$ es el formado por el conjunto de vértices $V = X$ y $\{a, b\} \in E$ si $a+b \in A$. Por otro lado, se dice que A es un conjunto de Sidon si todas sus sumas de dos elementos son distintas. Cuando A es un conjunto de Sidon se conoce que su correspondiente grafo $G_{A,X}$ es C_4-libre. El objetivo de la charla es presentar la utilización de las propiedades del grafo $G_{A,X}$ en el estudio del número de Turán $ex(n, C_4)$ y en el estudio de algunas ecuaciones algebraicas sobre campos finitos.

Palabras & frases claves: Grafo suma, conjunto de Sidon, teoría espectral de grafos.

Referencias

[1] Daza D. F, Trujillo C. and Benavides F., *Sidon Sets and C_4-saturated Graphs*, arXiv e-prints, arXiv:1810.05262.

[2] Le Anh Vinh, *Graphs generated by Sidon sets and algebraic equations over finite fields*, Journal of Combinatorial Theory, Series B, vol 103, numer 6 (2013), pages 651–657.

[*]Universidad de Nariño, Departamento de Matemáticas y Estadística e-mail: `fandresbenavides@udenar.edu.co`

[**]Universidad de Nariño, Departamento de Matemáticas y Estadística e-mail: `wfmutis@gmail.com`

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

On the dynamics of periodic orbits of finite order for a particular homeomorphism of the annulus

German Fabian Escobar.*

Resumen

Let $f : \mathbb{A} \longrightarrow \mathbb{A}$ be the homeomorphism on the annulus $\mathbb{A} = \mathbb{S}^1 \times [0, 1]$ defined in [1]. We know that any periodic orbit $\mathcal{O}$ of period q and rotation number $0 < p/q \leqslant 1$ can be arranged as a positive braid, and there are only two of them order preserving for each rotation number. In [2] Boyland gave the definition of a (p, q)-topologically monotone periodic orbit for annulus homeomorphims. We show that a periodic orbit is order preserving if and only if, this is a finite order periodic orbit. To this, we consider a simple closed curve $\gamma \subset \mathbb{A}$ contain $\mathcal{O}$ that generates the homology of $\mathbb{A}$, which is invariant by the action of the homeomorphism f.

Palabras & frases claves: Rotation number, periodic orbit, topologically monotone, finite order

1. Introducción

The main results in this talk will be:

Theorem 1. *Let $f : \mathbb{A} \longrightarrow \mathbb{A}$ be a homeomorphism on the annulus $\mathbb{A} = \mathbb{S} \times [0, 1]$, and $\mathcal{O}$ a f-periodic orbit. Suppose that γ is a nullhomotopic simple closed curve on $\mathbb{A}$, that generates the homology of $\mathbb{A}$ and*

1. *$\mathcal{O} \subset \gamma$.*

*Universidad Surcolombiana, e-mail: `german.escobar@usco.edu.co`

2. *$f(\gamma)$ is a homotopic to γ on $\mathbb{A} \setminus \mathcal{O}$.*

Then, $\mathcal{O}$ is a finite order periodic orbit of f, that is f is isotopic to a rotation relative to $\mathcal{O}_f(x)$ (coordinate change).

Theorem 2. *Let $f : \mathbb{A} \longrightarrow \mathbb{A}$ be the homeomorphism on the annulus $\mathbb{A} = \mathbb{S}^1 \times [0,1]$ isotopic to the identity define in [1]. Let F be a lift to the universal cover $\overline{\mathbb{A}} = \mathbb{R} \times [0,1]$. If $\mathcal{O}$ is a f-periodic orbit of period q and rotation number $0 < p/q < 1$, then $\mathcal{O}$ is a finite order periodic orbit if and only if $\overline{\mathcal{O}} = \pi_x \circ \{F^n(\bar{x})\}_{n=0}^{\infty}$ is order-preserving.*

Referencias

[1] P. J. Holmes. Knotted periodic orbits in suspension annulus maps. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 411 (1987) 351-378.

[2] P. Boyland. Rotation sets and monotone periodic orbits for annulus homeomorphisms. Springer Commentarii Mathematici Helvetici , 67 (1992) 203-213.

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Existence of Solutions for Schrödinger Equations with a Point Interaction

Héctor José Cabarcas Urriola.*

Resumen

We study the existence, uniqueness and regularity of solutions for the initial value problem for the time dependent Schrödinger equation with a point interaction,

$$\begin{cases} \partial_t u = i\left(\Delta_Z + V(x,t)u\right), \quad x \in \mathbb{R}, \quad t \in \mathbb{R} \\ u(x,s) = u_0, \end{cases} \tag{1}$$

Palabras & frases claves: Schrodinger equations, point interaction, delta-interaction.

1. Introducción

We study the existence, uniqueness and regularity of solutions for the initial value problem for the time dependent Schrödinger equation with a point interaction,

$$\begin{cases} \partial_t u = i\left(\Delta_Z + V(x,t)u\right), \quad x \in \mathbb{R}, \quad t \in \mathbb{R} \\ u(x,s) = u_0, \end{cases} \tag{2}$$

where $V = V(x,t)$ is real value function and $-\Delta_Z$ is the operator formally written

$$-\Delta_Z = -\frac{d^2}{dx^2} + Z\delta_0,$$

with δ_0 being the Dirac's delta centered at zero and Z is a real number. We give sufficient conditions on $V(x,t)$ such that equation (2) uniquely generates

*Universidad Cartagena, e-mail: hcabarcasu@unicartagena.edu.co

a strongly continuous unitary propagator $U(t,s)$ on the space $D(-\Delta_Z)$, which is the domain for operator $-\Delta_Z$ and such that $U(t,s)u_0 \in C(I, D(-\Delta_Z)) \cap C^1(I, L^2(\mathbb{R}))$ for every $u_0 \in D(-\Delta_Z)$.

The ideas used by Yajima in [8] were our motivation. The first, we show that the operator

$$Q_Z u(t) = \int_0^t \exp(i\Delta_Z(t-s))V(x,s)u(s)\, ds \tag{3}$$

is a contraction on the Banach space $\mathfrak{X}(a,l) = C([-a,a]; L^2(\mathbb{R})) \cap L^{l,\theta}([-a,a])$, for certain parameters a, l e $\theta \in \mathbb{R}$. The condition on potential V is given by $V \in \mathfrak{M} = L^{p,\alpha}([-a,a]) + L^{\infty,\beta}([-a,a])$. Then, we obtain existence and uniqueness of solution of the problem (2) in $L^2(\mathbb{R})$. If the potential V and the initial condition u_0 are more regular, then the solution u corresponding in $L^2(\mathbb{R})$, has the same regularity of inicial data u_0. The second, we show that L^2-norm of solution u is a conserved quantity.

Referencias

[1] Adami, R., and Noja, D.; *Existence of dynamics for a 1D NLS equation perturbed with a generalized point defect.* J. Phys. A: Math Theor. 42, 1-19 (2009).

[2] Albeverio, S., Gesztesy, F., Hoegh-Krohn, R., and Holden, H.; *Solvable Models in Quantum mechanics.* Texts and Monographs in Physics. Springer-Verlag, New York (1988).

[3] Angulo, J. P., and Ferreira, L. C. F.; *On the Schrödinger equations with singular potencials.* Differential and Integral Equations 27, 767-800 (2014).

[4] Berezin, F. A., and Faddeev, L. D.; *A remark on Schrödinger with a singular potencial.* Soviet Math. Dokl. 2, 372-375 (1961).

[5] Cazenave, T.; *Semilinear Schrödinger equations.* Courant Lecture Note. AMS (2003)

[6] Datchev, K., and Holmer, J.; *Fast solution scattering by attractive delta impurities.* Commun. Partial Differ. Equations 34:9, 1074-1113 (2009) .

[7] Holmer, J., Marzuola, J., and Zworski, M.; *Fast solution scattering by delta impurities.* Commun. Math. Phys. 274, 1, 187-216 (2007).

[8] Yajima, K.; *Existence of Solutions for Schrödinger Evolution Equations.* Commun. Math. Phys 110, 415-426 (1987).

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Metric mean dimension para sistemas dinámicos

Autor: Jeovanny Muentes Acevedo.*

Resumen

En 1965, R. L. Adler, A. G. Konheim y M. H. McAndrew introdujeron la entropía topológica de una función continua $f : X \to X$, definida en un espacio topológico compacto X (ver [4]), la cual es un número real no negativo (podría ser infinito) que mide qué tan caotica es la función. La entropia topológica de una función continua es una herramienta muy útil que nos ayuda a decidir, en ciertos casos, cuándo dos transformaciones continuas son topológicamente conjugados o no. Más especificamente, si dos sistemas dinámicos son topológicamente conjugados, ellos tienen la misma entropía topológica. El reciproco no es siempre cierto, esto es, si dos sistemas dinámicos poseen la misma entropía topológica, no necesariamente ellos son topológicamente conjugados. Más adelante, en 1971, R. Bowen extendió la noción de entropía topológica para espacios métricos no necesariamente compactos. Todos los resultados anteriores pueden ser encontrados en [4].

El concepto de metric mean dimension para una función continua definido en un espacio métrico compacto, fue introducido por Elon Lindenstrauss y Benjamin Weiss en el 2000 (ver [3], [2]). Esta nos ayuda a clasificar sistemas dinámicos con entropía topológica infinita, los cuales forman un conjunto residual en el conjunto de funciones continuas en una variedad diferenciable (ver [5]).

En esta charla presentaremos la construcción de la entropía topológica (presentada por Bowen) y de la metric mean dimension de funciones continuas. Además de eso, mostraremos las propiedades principales y algunos resultados recientes sobre la metric mean dimension (ver [1]).

*Universidad Tecnológica de Bolívar e-mail: `jmuentes@utb.edu.co`

Referencias

[1] Bernardini, Fagner and Jeovanny Muentes. "Mean dimension and metric mean dimension for non-autonomous dynamical systems." *arXiv preprint arXiv:1905.05367* (2019).

[2] Lindenstrauss, Elon. "Mean dimension, small entropy factors and an embedding theorem."*Publications Mathématiques de l'Institut des Hautes Études Scientifiques* 89.1 (1999): 227-262.

[3] Lindenstrauss, Elon, and Benjamin Weiss. "Mean topological dimension."*Israel Journal of Mathematics* 115.1 (2000): 1-24.

[4] Walters, P. *An Introduction to ergodic Theory.* Springer (1982).

[5] Yano, Koichi. "A remark on the topological entropy of homeomorphisms."*Inventiones mathematicae* 59.3 (1980): 215-220.

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Introducción a los métodos topológicos en combinatoria.

Jerson Borja*

Resumen

En este minicurso haremos un breve recorrido por algunos problemas clásicos de la combinatoria geométrica, y de cómo los teoremas y herramientas de la topología algebraica se han usado para resolver de manera parcial o total, tales problemas combinatorios.

Palabras & frases claves: Combinatoria geométrica, métodos topológicos, índice cohomológico.

1. Introducción

Rade Živaljević [1, 2] establece una guía para aplicar herramientas y teoremas de la topología algebraica en la solución de problemas de combinatoria geométrica. Este método básicamente consiste en reformular el problema de combinatoria en términos de espacios topológicos y aplicaciones continuas entre estos, de tal manera que las herramientas de la topología algebraica sean aplicables a dichos espacios y funciones. Muchos problemas geométrico-combinatorios han sido resueltos gracias a este método. Entre tales problemas encontramos el problema de Tverberg (y su versión topológica), equiparticiones de masas y el problema de Borsuk (y su versión topológica), y evasividad de propiedades de grafos. Entre los teoremas y herrmientas que se aplican en la solución de tales problemas encontramos los teoremas de Borsuk-Ulam y Dold, el índice cohomológico de Fadell-Husseini y la teoría de Morse discreta.

*Universidad de Córdoba, e-mail: jersonborjas@correo.unicordoba.edu.co

Referencias

[1] R.T. Živaljević, *User's guide to equivariant methods in combinatorics*, Publ. Inst. Math. (Beograd) 59(73) (1996), 114-130.

[2] R.T. Živaljević, *User's guide to equivariant methods in combinatorics II*, Publ. Inst. Math. (Beograd) 64(78) (1998), 107-132.

I Encuentro Matemático del Caribe
Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Uso de la variable compleja orientada a la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias por medio de la integral de Bromwich

Joanmartin Suarez Loaiza.*

Resumen

Se es bien conocido que en la aplicación de las ecuaciones diferenciales, ya sean estas ordinarias o parciales, se es constante encontrarse con ecuaciones de complejos pasos para hallarse una solución, para lo cual se han diseñado Software, mas sin embargo la manera manual de hacerlo se ejecuta más comúnmente llevando a cabo la aplicación de las transformadas integrales, en este caso tratándose de la transformada de Laplace, sin embargo en el cálculo de la inversa de esta se restringe a tener en cuenta formas determinadas. En esta ponencia se busca presentar el concepto general de la transformada inversa de Laplace, brindar una introducción a conceptos de análisis complejo, el cual es la base de la integral de Bromwich, y exponer la forma de aplicación, los conceptos en los que se basa para su funcionamiento.

Palabras & frases claves: Transformada inversa de Laplace, Análisis Complejo, Integral de Bromwich.

1. Introducción

En la teoría de Variable compleja se encuentran generalizaciones a conceptos de la variable real entre los cuales cabe resaltar las raíces de los polinomios,

*Universidad Tecnólogica de Bolivar, e-mail: joanmartinsuarezloaiza@gmail.com

el comportamiento de las funciones en sus singularidades, la generalización de funciones trascendentes, los teoremas que se utilizan muy a menudo para demostrar conjeturas en la variable real, entre otros. Los teoremas principales son el Teorema de Moivre, el Teorema de Cauchy y Teorema de los residuos, los cuales son la base para el cálculo de integral de Bromwich.

La integral de Bromwich es la definición formal de la transformada inversa de Laplace, en la cual se tienen en cuenta principalmente conceptos de Variable compleja para llevarse a cabo su cálculo.

$$\mathcal{L}^{-1}\{\hat{f}(s)\} = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{st}\hat{f}(s)ds \tag{1}$$

Dicha fórmula (1) consiste en una integral de variable compleja, que tiene definido un contorno, contorno de Bromwich, que puede modificarse dependiendo de las singularidades que presente la función. La integración se realiza a lo largo de un segmento $s = \gamma$ del plano complejo donde $s = x+iy$. El número real γ se escoge en tal forma que $s = \gamma$ quede al lado derecho de todas las singularidades (polos, puntos de ramificación o singularidades esenciales); aparte de esta condición γ es arbitraria. Seguido a esto se tienen en cuenta los conceptos dados por los teoremas para encontrar, a través de una análisis riguroso, la respectiva inversa de la transformada. Estos consisten en el cálculo de los residuos de la función en sus respectivas singularidades, debe tenerse en cuenta el hecho de que al expandirse las funciones en sus series de Taylor se evidencia con mayor claridad que tipo de singularidad se presenta. Para el cálculo se divide por secciones el contorno establecido, estudiando cada partición individualmente, estableciendo, por lo tanto, un intervalo de evaluación distinto para cada tramo. Concluidos dichos procesos se procede a concretar con la suma de los residuos hallados y así encontrar la transformada inversa de la función. Para el caso donde sólo tiene singularidades aisladas en puntos s_k, se tiene entonces:

$$\mathcal{L}^{-1}\{\hat{f}(s)\} = \sum_{k=1}^{n} \mathrm{Res}(e^{st}\hat{f}(s), s_k) \tag{2}$$

Referencias

[1] Acevedo, B., Variable compleja. Universidad Nacional, 2006.

[2] Ivorra, C., Funciones de variable compleja con aplicaciones a la teoría de números. Universidad de Valencia, 2008.

[3] Salcedo, L., Variable compleja. Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear, Universidad de Granada, 2016.

[4] Spiegel, M. & Arias., Transformadas de Laplace. McGraw Hill, 1991.

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Diferenciabilidad de Multifunciones

Mario Ordóñez; John B. Moreno*

Resumen

En el presente proyecto se usará una reciente propuesta de generalización de la diferencia de Hukuhara para conjuntos convexos y compactos.

$$A \ominus_g B = C \Leftrightarrow \begin{cases} A = B + C \\ \text{ó} \\ B = A + (-1)C \end{cases}$$

Demostrando inicialmente que es una operación binaria en el conjunto de bolas cerradas en $\mathbb{R}^n$, para luego introducir y estudiar la diferenciación generalizada de Hukuhara en funciones con dominio un intervalo real y rango el conjunto de bolas cerradas en $\mathbb{R}^n$, también se considerará otras posibles definiciones para la derivada de este tipo de funciones y su conección con la derivada generalizada de Hukuhara y por último se propondrá la integración definida de estas multifunciones enmarcadas en la diferenciaión generalizada de Hukuhara.

Palabras & frases claves: Multifunciones, Diferencia de Hukuhara, Derivada de Hukuhara

1. Introducción

Las multifunciones en la actualidad tienen variadas e interesantes aplicaciones en distintas áreas del conocimiento, como por ejemplo, en los problemas

*Universidad Tecnológica de Bolivar,Universidad del Atlántico e-mail: jbmorenobarrios@gamil.com

de control y teoría de ecuaciones contingentes, en ramas del anÃ¡lisis relacionadas con el estudio de subdiferencias de funciones convexas, en la economía matemática y como un intento de manejar la incertidumbre (no estadÃstica, ni probabilística) de los intervalos que aparecen en muchos modelos matemáticos o informáticos de algunos fenómenos deterministas del mundo real. Es por esto, que el desarrollo del análisis de multifunciones ha tomado relevancia a nivel global.

En el análisis real clásico, tal vez uno de los conceptos más importantes es el de la derivada de una función de valor real, dado que tiene aplicaciones concretas, entre las que se encuentra la descripción de cambios de magnitudes y propiedades físicas relacionadas con el movimiento, es interesante notar que el anÃ¡lisis de multifunciones se empieza a tener en cuenta al intentar describir mediante una función el movimiento de los electrones dentro de los átomos para el cual el análisis real clásico no ha sido suficiente. La primera monografía que trata el análisis de multifunciones de intervalos es el célebre libro de Moore [2], desde entonces se discuten en varias monografías y trabajos de investigación [3, 9]. La derivada de Hukuhara de una multifución fue introducida por primera vez por Hukuhara en [16] y fue el punto de partida para el tema de Ecuaciones Diferenciales de Conjuntos y más tarde también para Ecuaciones Diferenciales Difusas. Recientemente, varias obras como, por ejemplo, [17, 20], han vuelto la atención del anÃ¡lisis no lineal mediante ecuaciones diferenciales de conjuntos. Además, una generalización y desarrollo muy importante relacionado con el tema del presente trabajo se encuentra en el campo de los conjuntos difusos, es decir, cálculo difuso y ecuaciones diferenciales difusas [24, 31], como también en el desarrollo de sistemas dinámicos métricos.

El concepto de diferenciabilidad de Hukuhara tiene un importante inconveniente, que es el comportamiento paradójico de las soluciones de una ecuación diferencial difusa, es decir, ïrreversibilidad bajo incertidumbre". Esto viene del hecho que en una ecuación diferencial puede tener sólo soluciones con longitud creciente de su soporte, y por esta razón la incertidumbre va aumentando con el tiempo. Sin embargo, las ecuaciones diferenciales de multifunciones son una forma natural de modelar la incertidumbre epistémica de un sistema dinámico, todavía esto no está bien desarrollado debido al inconveniente mencionado anteriormente del concepto de Hukuhara.

En el presente trabajo se usará una reciente propuesta de generalización de la diferencia de Hukuhara para conjuntos convexos y compactos. Demostrando inicialmente que es una operación binaria en el conjunto de bolas cerradas con radio finito en $\mathbb{R}^n$, para luego introducir y estudiar la diferenciación generalizada de Hukuhara en funciones con dominio en los reales y rango el conjunto de las bolas cerradas en $\mathbb{R}^n$ con radio finito, también se considerará otras posibles definiciones para la derivada de este tipo de funciones y su conexión con la derivada generalizada de Hukuhara.

Referencias

[1] Luciano Stefanini-Barnabás Bede: *"Generalized Hukuhara differentiability of interval-valued functions and interval differential equations"*, University of Texas-Pan American, 2008.

[2] R.E. Moore.: *"Análisis Interval "*, In Abstract and Applied Analysis, Englewood Cliffs, NJ, 1966.

[1] A. Neumaier.: *"MÃ©todos Intervales para Sistemas de Equations "*, Cambridge University Press, 1990.

[3] N.S. Nedialkov, K.R. Jackson, J.D. Pryce: *"An effective high order interval method for validating existence and uniqueness of the solution of an IVP for an ODE "*, Reliab. Comput. 7 (6) (2001) 449-465.

[4] K. Makino, M. Berz: *"Efficient control of the dependency problem based on Taylor model methods "*, Reliab. Comput. 5 (1) (1999) 3-12. D.

[4] A. Neumaier: *"Rigorous sensitivity analysis for parameter dependent systems of equations "*, J. Math. Anal. Appl. 114 (1989) 16-25.

[5] G. Alefeld, G. Mayer: *"Interval analysis: Theory and applications "*, J. Comput. Appl. Math. 121 (2000) 421-464.

[6] D. Moens, D. Vandepitte: *"A survey of non-probabilistic uncertainty treatment in finite element analysis "*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 194.(14-16) (2005) 1527-1555.

[7] I. Skalna, M.V. Rama Rao, A. Pownuk: *"Systems of fuzzy equations in structural mechanics "*, J. Comput. Appl. Math. 218 (2008) 149-156.

[8] J.P. Aubin, A. Cellina: *"Differential Inclusions "*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1984.

[9] K. Deimling: *"Multivalued Differential Equations "*, W. De Gruyter, Berlin, 1992.

[10] M. Feckan: *"Chaos in ordinary differential equations with perturbations: Applications to dry friction problems "*, Nonlinear Anal. TMA 30 (1997) 1355-1364.

[11] M. Kunze: *"Non-Smooth Dynamical Systems "*, Springer, 2000.

[12] W. Sextro: *"Dynamical contact problems with friction, in: Models, Methods, Experiments and Applications "*, Springer, 2002.

[13] S. Abbasbandy, J.J. Nieto, M. Alavi: *"Tuning of reachable set in one-dimensional fuzzy differential inclusions "*, Chaos Solitons Fractals 26 (2005),1337-1341.

[14] M. Hukuhara: *"IntÃ©gration des applications mesurables dont la valeur est un compact convex "*, Funkcial. Ekvac. 10 (1967) 205-229.

[15] T. Gnana Bhaskar, V. Lakshmikantham: *"Set differential equations and flow invariance "*, J. Appl. Anal. 82 (2) (2003) 357-368.

[16] V. Lakshmikantham, A.A. Tolstonogov: *"Existence and interrelation between set and fuzzy differential equations "*, Nonlinear Anal. 55 (3) (2003) 255-268.

[17] F.S. De Blasi, V. Lakshmikantham, T.G. Bhaskar: *"An existence theorem for set differential inclusions in a semilinear metric space "*, Control Cybernet. 36(3) (2007) 571-582.

[18] V. Lakshmikantham, R. Mohapatra: *"Theory of Fuzzy Differential Equations and Inclusions "*, Taylor y Francis, London, 2003.

[19] R.P. Agarwal, D. O'Regan: *"Existence for Set Differential Equations via Multivalued Operator Equations, in: Differential Equations and Applications "*, Vol.5, Nova Sci. Publ, New York, 2007, pp. 1-5.

[20] F.S. De Blasi: *"Semifixed sets of maps in hyperspaces with application to set differential equations "*, Set-Valued Anal. 14 (2006) 263-272.

[21] P.E. Kloeden, B.N. Sadovsky, I.E. Vasilyeva: *"Quasi-flows and equations with nonlinear differentials "*, Nonlinear Anal. (2002) 1143-1158.

[22] V. Laksmikantham, S. Leela, A.S. Vatsala: *"Interconnection between set and fuzzy differential equations "*, Nonlinear Anal. 54 (2003) 351-360.

[23] L.A. Zadeh: *"Fuzzy Sets "*, Inform. and Control 8 (1965) 338-353.

[24] M. Puri, D. Ralescu: *"Differentials of fuzzy functions "*, J. Math. Anal. Appl. 91 (1983) 552-558.

[25] O. Kaleva: *"Fuzzy differential equations "*, Fuzzy Sets Syst. 24 (1987) 301-317.

[26] S. Seikkala: *"On the fuzzy initial value problem "*, Fuzzy Sets Syst. 24 (1987) 319-330.

[27] P. Diamond: *"Stability and periodicity in fuzzy differential equations "*, IEEE Trans. Fuzzy Systems 8 (2000) 583-590.

[28] E. Hüllermeier: *"An approach to modelling and simulation of uncertain dynamical systems "*, Int. J. Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems 5 (1997) 117-137.

[29] *"www.ugr.es/ jperez/docencia/GeomConvexos/cap2.pdf "*.

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Introducción a LaTeX

Autor. Jorge Luis Villalba Acevedo *

Abstract

En el desarrollo de este curso abordaremos aspectos básicos para crear textos académicos de alta calidad tales como libros, artículos y presentaciones beamer en LaTeX, empezaremos nuestro interesante recorrido indicando como descargar e instalar LaTeX Distributions: MiKTex y LaTeX Editor: Texmaker, paso seguido trabajaremos como crear tu primer documento y configurar el mismo, crear tablas y matrices, crear tcolorbox, insertar imágenes, escribir fórmulas matemáticas y códigos, finalizando con la inclusión de referencias bibliográficas. Todos esto será desarrollado con las editores texmarker, R Studio y overlief.

Palabras & frases claves: , , , artículo, informes acedemicos, beamer.

References

[1] S. Kottwitz, LaTeX Beginner's Guide, 1nd. ed., Packt Publishing Ltd, (2011).

[2] G. Gratzer, Math Into LaTeX: An Introduction to LaTeXand AMS-LaTex, 2nd. ed., Springer, (1996).

[3] A. Barón and W. Mora, Edición de textos científicos LaTeX, 2nd. ed., Escuela de matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, (2016).

*Universidad Tecnológica de Bolívar,e-mail: jvillalba@utb.edu.co

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

El Juego de Go: un enfoque a partir de Autómatas Celulares y Algoritmos Genéticos

Autor: José Manuel Gómez Soto.*

Resumen

Go es un juego oriental muy antiguo originado en China hace 4000 años. Para que una computadora logre jugar Go el concepto matemático más utilizado ha sido el método de MonteCarlo en particular en la forma en que se realiza la búsqueda en los árboles de soluciones. Esto ha dado como resultado muchos programas de computadora que juegan Go que utilizan dicha técnica. Recientemente técnicas de inteligencia artificial se han utilizado para crear el programa Alpha Go desarrollado por Google, éste "software"le ganó en el 2016 al campeón del mundo.

En esta plática se aborda el juego de Go desde la perspectiva de los autómatas celulares y los algoritmos genéticos, teniendo como resultado un programa que juega Go desarrollado en el lenguaje de programación Racket.

Referencias

[1] Peter Shotwell, "Go: More than a Game," TUTLE Publishing, 2003.

[2] Elwyn Berlekamp, David Wolfe, "Mathematical Go: Chilling Gets the Last Point," K Peters/CRC Press, 1994.

[3] Andrew Ilachinski, "Cellular Automata: A Discrete Universe," World Scientic Publishing Company, 2001.

*Universidad Autónoma de Zacatecas, Mexico e-mail: jmgomez@uaz.edu.mx

[4] Melanie Mitchell, “An Introduction to Genetic Algorithms,”Bradford Book, 1998.

[5] David Silver, Aja Huang, Chris J. Maddison, Arthur Guez, Laurent Sifre1, George van den Driessche, at al. “Mastering the game of Go with deep neural networks and tree search”, Nature, 529, 28, January 2016.

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Reflexiones sobre estructuras algebraico-topológicas

Autor: Julio Hernandez Arzusa.*

Resumen

Si C es una clase reflexiva de la categoría de los espacios topológicos (TOP), la pregunta de cuando una operación continua o separadamente continua de un espacio $X \in TOP$, se hereda a su respectiva reflexión $C(X)$, ha sido abordada por muchos autores en casos particulares. Por ejemplo, La compactación de Stone-Cech en [7], la completación de Raykov en [1] y los funtores provenientes de axiomas de separación en [6], [3], [5]. Además, una de las preocupaciones es la productividad de los funtores asociados a C como se expresa en [2]. En [6], [3], [5], se estudia la productividad de algunos funtores provenientes de axiomas de separación, en la categoría de grupos semitopológicos y paratopológicos. En esta charla mostramos resultados similares en contextos más generales, además mostramos situaciones de cuando algunas reflexiones respetan productos y subespacios. Finalmente, usamos las reflexiones en monoides topológicos cancelativos para dar condiciones bajo las cuales un monoide topológico tiene celularidad contable.

Palabras & frases claves: Operación separada y conjuntamente continua, reflexión, celularidad.

Referencias

[1] Arhangelskii, A. y Tkachenko, M. (2008) Topological groups and related structures, Atlantis Studies in Mathematics.

*Universidad de Cartagena, e-mail: jhernandeza2@unicartagena.edu.co

[1] De Vries, J. y Husek, M.(1987) Preservation of products by functors close to reflectors, Topology and its applications, 27, 171-189 pp.

[2] HernÂ´andez, J. y HernÂ´andez, S. (2018) Reflexiones sobre estructuras topolÂ´ogicas y algebraico topolÂ´ogicas Tesis doctoral, Universidad de Cartagena, Doctorado en Ciencias.

[3] Tkachenko, M.(2015) Applications of the reflection functors in paratopological groups Topology and its applications, 192, 176-187 pp.

[4] Tkachenko, M (2014).Axioms of separation in paratopological groups and related functors Topology and its applications, 179, 200-214 pp.

[5] Tkachenko, M (2014)Axioms of separation in semitopological groups and related functors Topology and its applications, 161, 364-376pp.

[6] Reznichenko, A. y Uspensky, V.(198). Pseudocompact Maltsev Sapces, Topology and its applications, 86, 83-104 pp.

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Análisis topológico de datos: estudios políticos y redes sociales

Joaquín Luna Torres.*

Resumen

Extraer información útil de grandes conjuntos de datos puede ser una tarea dispendiosa. Podemos considerar los datos como una nube de información que tiene una estructura. Los datos se transforman y cambian, sin embargo se puede intentar capturar en cada momento ciertos invariantes de su la estructura general. Una manera de hacerlo se logra utilizando El análisis topológico de datos (TDA). La homología persistente es una herramienta sofisticada para identificar características topológicas y para determinar cómo tales características persisten a medida que los datos se ven en diferentes escalas. En esta charla haremos un exámen somero del TDA y consideraremos sus relaciones con un análisis politico realizado en el Reino Unido y con las redes sociales, en particular, una medida de popularidad.

Palabras & frases claves: Análisis topológico de datos, homología persistente, word2vec, popularidad de imágenes, complejidad y ciencias políticas.

Referencias

[1] Khaled Almgren et. al., *Mining Social Media Data Using Topological Data Analysis*, IEEE International Conference on Information Reuse and Integration (IRI), 2017.

[2] Rachel Bayless, *Topological Analysis of Mobilize Boston Data*, Master Thesis, California State Polytechnic University, Pomona, 2015.

*Fundación Haiko, e-mail: `jlunatorres@fundacionhaiko.org`

[3] Peter Bubenik, Vin de Silva, and Jonathan A. Scott, *Metrics for generalized persistence modules*, arXiv:1312.3829 [math.AT], 2013.

[4] Gunnar Carlsson, *Topology and data*, Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.), 46(2):255–308, 2009.

[5] Frederic Chazal, Vin de Silva, Marc Glisse, and Steve Oudot, *The structure and stability of persistence modules*, arXiv:1207.3674 [math.AT], 2012.

[6] David Cohen-Steiner, Herbert Edelsbrunner, and John Harer, *Stability of persistence diagrams*, Discrete Comput. Geom., 37(1):103–120, 2007.

[7] Herbert Edelsbrunner, David Letscher, and Afra Zomorodian, *Topological persistence and simplification*, Discrete Comput. Geom., 28(4):511–533, 2002.

[8] Robert Ghrist, *Barcodes: the persistent topology of data*, Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.), 45(1):61–75, 2008.

[9] Stefano Gurciullo et. al., *Complex Politics: A Quantitative Semantic and Topological Analysis of UK House of Commons Debates*, arXiv:1510.03797v1 [physics.soc-ph] 13 Oct 2015.

[10] Michael Lesnick, *Multidimensional interleavings and applications to topological inference*, arXiv:1206.1365 [math.AT], 2012.

[11] Fabrizio Lecci, *Statistical Inference for Topological Data Analysis*, **Ph.D. Thesis**, Department of Statistics Carnegie Mellon University, 2014.

[12] ao Li, *Quantifying Phenotypic Variation Through Local Persistent Homology and Imaging*, Florida State University College of Arts and Sciences, **Ph.D. Thesis**, 2016.

[13] Saunders Mac Lane, *Categories for the working mathematician*, Springer-Verlag, New York, second edition, 1998.

[14] Elizabeth Munch, *Applications of Persistent Homology to Time*, **Ph.D. Dissertation**, Department of Mathematics Duke University,2013.

bibitemGM G. Martos Venturini, *Statistical Distances and Probability Metrics for Multivariate Data, Ensembles and Probability Distributions*, **Ph.D. Thesis**, Department of Statistics Universidad Carlos III de Madrid, 2015.

[15] Afra Joze Zomorodian, *Computing and Comprehending Topology: Persistence and Hierarchical Morse Complexes*, **Ph.D. Thesis**, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2001.

[16] Afra Zomorodian and Gunnar Carlsson, *Computing persistent homology*, Discrete Comput. Geom., 33(2):249–274, 2005.

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

La constante de Schäffer y el teorema de Banach-Stone

Michael Alexánder Rincón Villamizar.*

Resumen

Dado un espacio de Banach $(X, \|\cdot\|)$, la constante de Schäffer es definida por

$$\lambda(X) = \text{ínf}\{\text{máx}\{\|x + \lambda y\| \,:\, |\lambda| = 1\} \,:\, \|x\| = \|y\| = 1\}.$$

El objetivo de esta charla es mostrar ejemplos de esta constante y su relación con el clásico teorema de Banach-Stone.

Palabras & frases claves: Constante de Schäffer, Espacios $C_0(K, X)$, Teorema de Banach-Stone.

1. Introducción

Si K es un espacio localmente compacto Hausdorff y $(X, \|\cdot\|)$ es un espacio de Banach, $C_0(K, X)$ denota el espacio de Banach de las funciones continuas de K en X que se anulan en infinito junto con la norma del supremo. Si X es un campo de escalares, este espacio es simplemente denotado por $C_0(K)$.

El teorema de Banach-Stone establece que si $C_0(K)$ es isométricamente isomorfo a $C_0(S)$, entonces K y S son homeomorfos. Este resultado fue extendido de manera independiente por Amir y Cambern como sigue: si $T\colon C_0(K) \to C_0(S)$ es un isomorfismo con $\|T\|\|T^{-1}\| < 2$, entonces K y S son homeomorfos [2].

Hay ejemplos que muestran que el teorema de Amir-Cambern no es válido en general para el espacio $C_0(K, X)$. En esta charla discutiremos algunas generalizaciones de este teorema para los espacios $C_0(K, X)$. Tales generalizaciones

*Universidad Industrial de Santander, e-mail: `marinvil@uis.edu.co`

dependen de propiedades geométricas del espacio X tales como convexidad estricta, convexidad uniforme entre otras. En esta línea, discutiremos propiedades geométricas de los espacios de Banach tales que $\lambda(X) > 1$.

Referencias

[1] E. M. Galego, M. A. Rincón-Villamizar, *Banach-lattice isomorphisms of $C_0(K, X)$ spaces which determine the locally compact spaces K.* Fund. Math. 239 (2017), 2, 185-200.

[2] F. C. Cidral, E. M. Galego, M. A. Rincón-Villamizar, *Optimal extensions of the Banach-Stone theorem.* J. Math. Anal. Appl. 430 (2015), 1, 193-204.

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Singularities of G-structures

Fabián Antonio Arias Amaya. Mikhail Malakhaltsev *

Resumen

A G-structure is a reduction of the $GL(n)$-principal frame bundle $L(M)$ of a manifold M, $\dim M = n$, to a G-principal subbundle $P \subset L(M)$. All the classical geometrical structures, for example Riemannian metric, symplectic structure, or contact structure, can be described as the corresponding G-structures, and the theory of G-structure provide general tools in order to find invariants of geometric structures. However, the classical theory of G-structures is adapted to the geometrical structures without singularities, for example, a Riemannian metric or a symplectic structure are given by quadratic form fields which are non-degenerate at all points.

In this talk we will explain how to construct G-structures which correspond to geometrical structures with singularities, and to find topological and differential invariants of the singularities. We will exemplify the general theory by considering the contact structure with singularities.

Palabras & frases claves: Singularities, G-structures, contact structure, differential invariant, topological invariant.

Referencias

[1] *F. A. Arias Amaya* and *M. Malakhaltsev*, Topological invariants of principal G-bundles with singularities, Lobachevskii J. Math. 39, No. 5, 623–633, 2018.

*Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias, Colombia; Universidad de los Andes, BogotÃ¡, Colombia e-mail: `farias@utb.edu.co, mikarm@uniandes.edu.co`

I Encuentro Matemático del Caribe
Noviembre 18 - 19, 2019, Cartagena de Indias - Colombia

Una equivalencia al teorema de los 4 colores

Oscar D. López .*
Olga P. Salazar .**

Resumen

Desde que fue planteado a mediados del siglo XIX, el Teorema de los cuatro colores ha sido enunciado de muchas maneras equivalentes. En este trabajo, analizamos en detalle una de ellas en un contexto vectorial y exploramos cómo el grupo F de R. Thompson podría proveer otra prueba del Teorema.

Palabras & frases claves: Grafos, grupo de Thompson F.

1. Introducción

Esta tesis pretende mostrar una alternativa para enfrentar el problema de los 4 colores, que en el mundo de las matemáticas ha generado cierta discordia, dado que su prueba es asistida por un computador. En el capítulo dos, se hace una breve revisión sobre conceptos, definiciones y ejemplos de la Teoría de Grafos que serán utilizados a lo largo de la tesis. Nuestras definiciones fueron basadas en [1], [2], [3]. Se enuncia y demuestra la importante Fórmula de Euler para caracterizar grafos planares como gran recurso para este trabajo. Terminamos este capítulo abordando el tema de coloración de mapas y grafos, donde se demuestra que bastará 4-colorear ciertos grafos especiales para abarcar la 4-coloración de cualquier mapa.

Es bien conocido que la ley asociativa no se cumple en general cuando se opera con el producto vectorial o también llamado producto cruz de vectores.

*Intitución Universitaria Tecnológico de Antioquia, e-mail: odlopez@tdea.edu.co
**Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín, e-mail: opsalazard@unalmed.edu.co

Se presenta primero, usando la técnica realizada por Louis Kauffman (ver [4] y [5]), el Teorema de los 4 colores como una condición suficiente para mostrar que cualesquiera dos asociaciones L y R de n variables mediante el producto cruz de vectores, cumplen que $L = R$ conlleva soluciones, tomándolas en el conjunto $\{i, j, k\}$ del espacio 3-dimensional, siendo n un número natural arbitrario. Luego, recopilamos magníficos resultados obtenidos por Hassler Whitney en los años 30 y otros resultados que pueden ser encontrados en [6], [2], [7], [8] entre otros, para concluir que dicha condición

Por último, exploramos el grupo F descubierto por Richard Thompson en 1965, (ver [9] y [10]) y explicamos cómo el estudio de propiedades en este grupo podría conducir a una prueba del Teorema de los Cuatro Colores.

Referencias

[1] West, D. B., *Introduction to Graph Theory*, Printece-Hall (2001).

[2] Saaty, T. L. and Kainen, P. C.,*The Four-Color Problem assaults and conquest*, Dover (1986).

[3] Ore, O.,*The Four-Color Problem*, Academic Press (1967).

[4] Kauffman, L. H.,*Map Coloring and the Vector Cross Product*, J. Combin. Theory Ser. B **48** (1990), 145-154.

[5] Thomas, R.,*An Update on the Four-Color Theorem*, Notices of the AMS **45**, number 7 (1998), 848-859.

[6] Ossona de Mendez, P. and Fraisseix, H.,*Connectivity of planar graphs*, Journal of Graph Algorithms and Applications **5** (2001), 93-105.

[7] Harary, F.,*Graph Theory*, Addison-Wesley (1969).

[8] Kainen, P. C.,*Quantum Interpretation of the four color theorem*, Technical report, GU-PCK (1999-2001).

[9] Geoghegan, R. and Guzmán, F,*Associativity and Thompson's group*, Contemporary Mathematics **394** (2006), 113-135.

[10] Geoghegan, R. and Guzmán, F,*Introductory notes on Richard Thompson's groups*, L'Enseignement Mathématique **42** (1996), 215-256.

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Solución de la ecuación diferencial parcial Korteweg-deVries

Ana Magnolia Marin Ramirez y Ruben Dario Ortiz Ortiz.*

Resumen

En un principio no toda ecuación diferencial se puede resolver de manera exacta, en esta charla vamos a mostrar un método para encontrar la solución exacta de la ecuación diferencial parcial Korteweg-deVries. Para esto se utiliza una solución como onda viajera y se utiliza la propiedad de los solitones, después de esto se encuentra una ecuación diferencial ordinaria e integrando se obtienen dos constantes que con las propiedades de soliton de la solución se anulan, luego se resuelve la ecuación que queda y se obtiene la solución en forma de soliton.

Palabras & frases claves: Soluciones, Solitones

1. Introducción

En esta comunicación se muestra un método bien conocido para resolver la ecuación de Korteweg-deVries [1]. Más específicamente se encuentra una solución en forma de onda viajera que se propaga de forma estable en un medio no lineal, es decir se busca un soliton [2]. Para esto debemos llevar la ecuación diferencial parcial a una ecuación diferencial ordinaria de tercer orden, integrando una ecuación diferencial de segundo orden, multiplicando por la derivada de la solución e integrando obtenemos una ecuación diferencial de primer orden de grado dos, en el proceso hemos obtenido dos contantes, como buscamos soluciones solitarias, es decir, que lejos de donde se amontona el agua no haya elevación del agua, es decir la solución y sus primera y segunda derivada tiendan a cero

*Universidad de Cartagena, e-mail: rortizo@unicartagena.edu.co

cuando su variable de definición tienda a infinito o menos infinito. Luego las dos constantes deben ser nulas. Así que tenemos una ecuación diferencial ordinaria homogénea de orden uno y grado dos cuya solución es el cuadrado de secante hiperbólica que decrece exponencialmente a cero cuando su variable de definición tiende a infinito o menos infinito. Esta solución es el soliton cuando se vuelve a las variables originales. Este soliton viaja a la derecha a una velocidad c y amplitud la mitad de c. Para cada valor de c hay un soliton. Si c aumenta el soliton es alto y delgado y con bastante velocidad y lo contrario si c disminuye. Esto debería ser visto en un programa de mathematica.

Referencias

[1] Walter A. Strauss. Partial differential equations an introduction, John Wiley and Sons, 2008.

[2] J. Scott Russell. Report on waves, Fourteenth meeting of the British Association for the Advancement of Science, 1844.

I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019

Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias - Colombia

Subálgebras de Mishchenko-Fomenko en $\mathcal{S}(gl_4)$ y secuencias regulares

Wilson Fernando Mutis Cantero.*

Fernando Andres Benavides Agredo.**

Resumen

Sea $\mathcal{S}(gl_n)$ el álgebra simétrica del álgebra de Lie gl_n de las matrices de tamaño $n \times n$ sobre el cuerpo $\mathbb{C}$ de los números complejos. Para un elemento ξ del espacio dual gl_n^* sea $\overline{\mathcal{A}_\xi}$ la subálgebra de *Mishchenko-Fomenko* de $\mathcal{S}(gl_n)$ asociada al parámetro ξ y construida por el método de cambio de argumento. Un resultado conocido en teoría de representaciones de álgebras de Lie es que la subálgebra $\overline{\mathcal{A}_\xi}$ es generada por una secuencia regular en $\mathcal{S}(gl_n)$ cuando ξ es un elemento regular nilpotente. En esta charla veremos que en gl_4 este resultado extiende para todos los elementos nilpotentes.

Palabras & frases claves: Álgebra simétrica, subálgebra de Mishchenko-Fomenko, método de cambio de argumento, elemento regular nilpotente, secuencia regular.

1. Introducción

En teoría de Representaciones de Álgebras de Lie es importante estudiar los pares $(U(\mathfrak{g}), B)$, donde $U(\mathfrak{g})$ es el álgebra envolvente universal de una álgebra de Lie $\mathfrak{g}$, B es una subálgebra conmutativa de $U(\mathfrak{g})$ y $U(\mathfrak{g})$ es un B-módulo libre. Con estas condiciones, todo B-módulo irreducible se puede levantar hasta un $U(\mathfrak{g})$-módulo irreducible.

*Universidad de Nariño, e-mail: `wfmutis@udenar.edu.co`

**Universidad de Nariño, e-mail: `fandresbenavides@udenar.edu.co`

En esta linea de estudio, el famoso teorema de Kostant [1] afirma que el álgebra envolvente universal $U(\mathfrak{g})$ de una $\mathbb{C}$-álgebra de Lie semisimple $\mathfrak{g}$ es un módulo libre sobre su centro. Para el caso de la $\mathbb{C}$-álgebra de Lie gl_n de las matrices de tamaño $n \times n$, Ovsienko [2] establece que $U(gl_n)$ es un módulo libre sobre la subalgebra de Gelfand-Tsetlin. Por el teorema principal de Futorny-Molev [3] se sabe que dado un elemento ξ del espacio dual gl_n^* existe una subalgebra conmutativa $\mathcal{A}_\xi$ de $U(gl_n)$ tal que $gr\mathcal{A}_\xi = \overline{\mathcal{A}_\xi}$, donde $\overline{\mathcal{A}_\xi}$ es la subalgebra *Mishchenko-Fomenko* asociada al parámetro ξ construida por el método de cambio de argumento, además, por Futorny-Ovsienko [4] se sabe que $U(gl_n)$ es un $\mathcal{A}_\xi$-módulo libre cuando la subalgebra $\overline{\mathcal{A}_\xi}$ es generada por una secuencia regular en $\mathcal{S}(gl_n)$. Según el trabajo de A. Moreau [5], la subalgebra $\overline{\mathcal{A}_\xi}$ es generada por una secuencia regular cuando ξ es un elemento regular nilpotente. En esta charla veremos que en gl_4 este resultado extiende para todos los elementos nilpotentes.

Referencias

[1] B. Kostant. *Lie groups representations on polynomial rings.* Amer. J. Math, 85, (1963),321-404.

[2] S. Ovsienko. *Strongly nilpotent matrices and Gelfand-Tsetlin modules.* J. Linear Algebra and Appl,365, (2003), 349-367.

[3] Futorny, V. y Molev, A. (2015). Quantization of the shift of argument subalgebras in type *A*. *Advances in Mathematics*, 285:1358-1375.

[4] V. Futorny, S. Ovsienko. *Kostant's theorem for special filtered algebras.* Bull. London Math. Soc, 37, (2005), 187-199.

[5] Moreau A. Remarks about Mishchenko-Fomenko algebras and regular sequences. *Selecta Mathematica*, 24, (2018),2651-2657.