I Encuentro Matemático del Caribe

Noviembre 18 - 19, 2019, Cartagena de Indias - Colombia

Una equivalencia al teorema de los 4 colores

Oscar D. López .* Olga P. Salazar .**

Resumen

Desde que fue planteado a mediados del siglo XIX, el Teorema de los cuatro colores ha sido enunciado de muchas maneras equivalentes. En este trabajo, analizamos en detalle una de ellas en un contexto vectorial y exploramos cómo el grupo F de R. Thompson podría proveer otra prueba del Teorema.

Palabras & frases claves: Grafos, grupo de Thompson F.

1. Introducción

Esta tesis pretende mostrar una alternativa para enfrentar el problema de los 4 colores, que en el mundo de las matemáticas ha generado cierta discordia, dado que su prueba es asistida por un computador. En el capítulo dos, se hace una breve revisión sobre conceptos, definiciones y ejemplos de la Teoría de Grafos que serán utilizados a lo largo de la tesis. Nuestras definiciones fueron basadas en [1], [2], [3]. Se enuncia y demuestra la importante Fórmula de Euler para caracterizar grafos planares como gran recurso para este trabajo. Terminamos este capítulo abordando el tema de coloración de mapas y grafos, donde se demuestra que bastará 4-colorear ciertos grafos especiales para abarcar la 4-coloración de cualquier mapa.

Es bien conocido que la ley asociativa no se cumple en general cuando se opera con el producto vectorial o también llamado producto cruz de vectores.

^{*}Intitución Universitaria Tecnológico de Antioquia, e-mail: odlopez@tdea.edu.co

^{***}Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín, e-mail: opsalazard@unalmed.edu.co

Se presenta primero, usando la técnica realizada por Louis Kauffman (ver [4] y [5]), el Teorema de los 4 colores como una condición suficiente para mostrar que cualesquiera dos asociaciones L y R de n variables mediante el producto cruz de vectores, cumplen que L=R conlleva soluciones, tomándolas en el conjunto $\{i,j,k\}$ del espacio 3-dimensional, siendo n un número natural arbitrario. Luego, recopilamos magníficos resultados obtenidos por Hassler Whitney en los años 30 y otros resultados que pueden ser encontrados en [6], [2], [7], [8] entre otros, para concluir que dicha condición

Por último, exploramos el grupo F descubierto por Richard Thompson en 1965, (ver [9] y [10]) y explicamos cómo el estudio de propiedades en este grupo podría conducir a una prueba del Teorema de los Cuatro Colores.

Referencias

- [1] West, D. B., Introduction to Graph Theory, Printece-Hall (2001).
- [2] Saaty, T. L. and Kainen, P. C., The Four-Color Problem assaults and conquest, Dover (1986).
- [3] Ore, O., The Four-Color Problem, Academic Press (1967).
- [4] Kauffman, L. H., Map Coloring and the Vector Cross Product, J. Combin. Theory Ser. B 48 (1990), 145-154.
- [5] Thomas, R., An Update on the Four-Color Theorem, Notices of the AMS 45, number 7 (1998), 848-859.
- [6] Ossona de Mendez, P. and Fraisseix, H., Connectivity of planar graphs, Journal of Graph Algorithms and Applications 5 (2001), 93-105.
- [7] Harary, F., Graph Theory, Addison-Wesley (1969).
- [8] Kainen, P. C., Quantum Interpretation of the four color theorem, Technical report, GU-PCK (1999-2001).
- [9] Geoghegan, R. and Guzmán, F, Associativity and Thompson's group, Contemporary Mathematics **394** (2006), 113-135.
- [10] Geoghegan, R. and Guzmán, F, Introductory notes on Richard Thompson's groups, L'Enseignement Mathématique 42 (1996), 215-256.